

● 宇賀神 知紀 特定助教

Tomonori UGAJIN (Assistant Professor)

専門領域: 理論物理学, 特に素粒子論 (Theoretical physics, high energy theory)
受入部局: 基礎物理学研究所 (Yukawa Institute for Theoretical Physics)
直前所属: ペンシルベニア大学 物理および天文学科
(Department of Physics and Astronomy, University of Pennsylvania)



量子情報理論の基礎物理学への応用,
特に相対エントロピーを用いたアプローチ

重力は我々にとって最も身近な物理現象の一つです。宇宙スケールでの重力は、時空構造の歪みとして理解されます (アインシュタインの一般相対性理論)。しかし素粒子サイズの世界において重力を有効に記述する法則 (量子重力理論) はいまだに発見されていません。この量子重力理論に到達するための手がかりとして期待されているのがブラックホールがその事象の地平面の面積に比例するエントロピーを持つという事実です。この事実はマイクロな世界における情報 (量子情報) の性質からマクロな世界の幾何学的な性質が創発することを端的に示唆しています。私は量子情報理論における相対エントロピーという量に注目し、これを量子重力理論の一つの定式化と考えられているホログラフィー原理 (特にその具体例である AdS/CFT 対応) に対して応用することで、重力および時空の創発のメカニズムを解明することに挑戦しています。また相対エントロピーの他の理論物理の分野 (物性物理、非平衡物理) への応用にも興味を持っています。

量子重力理論の構築

我々の世界を構成する、最も基本的で最小の要素は何だろうか? この問いに答えようとするのが素粒子論である。現在までのところ、プランクスケールと呼ばれる 10^{-35} メートル程度のマイクロなスケールにおいては重力の量子効果が重要になり、既存の素粒子論のフレームワークである場の量子論が破綻するということはわかっている。しかし重力の量子効果を有効に記述する理論 (量子重力理論) の全体像は未だに理解されていない。量子重力理論構築の為の手がかりとして、ホログラフィー原理、その中でも AdS/CFT 対応が近年注

Applications of quantum information theory to fundamental physics

Gravity is one of the physical phenomena that we are very familiar with. At the cosmological scale, dynamics of gravity is described by distortion of spacetime geometry, according to Einstein's theory of general relativity. However, physical law that governs the behavior of gravity at very tiny scale which is comparable to the size of elementary particles (quantum gravity) is yet to be found. A suggestive hint toward this theory is the fact that a black hole has entropy proportional to the area of its event horizon. This immediately implies the geometric properties of our macroscopic world are somehow emergent from the information theoretic properties of the microscopic world. I have been trying to understand how this emergence of spacetime as well as gravity, happens in holographic principle (especially in AdS/CFT correspondence), which is considered as a way to define a quantum theory of gravity. In doing so, relative entropy, one of the central concepts in quantum information theory, plays a key role. In addition to this, I am also interested in applications of relative entropy to other fields of theoretical physics such as condensed matter theory and non equilibrium physics.

目を集めている。これは AdS/CFT 対応は d+1 次元反ドジッター空間 (AdS) 上で定義された量子重力理論 (超弦理論) が、その d 次元境界における、とある場の量子論 (共形場理論, CFT) と等価になっているという主張である (図 1 参照)。AdS/CFT 対応は、量子効果を含んだ重力が、(性質のよくわかっている) 重力を含まない場の理論 (CFT) から、まるでホログラムのように創発すること、つまり我々が自然界を記述するにあたり最も基本的な構成要素だと思っていた重力、時空の概念が、実はより基本的な要素から創発する二次的な概念であることを示唆している。しかしホログラ

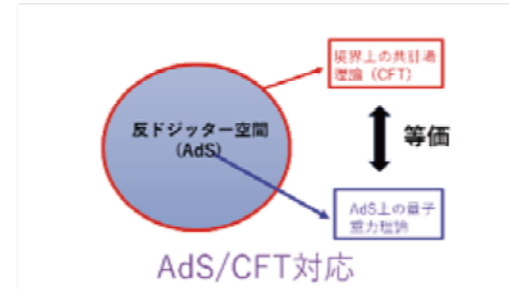


図 1 AdS/CFT 対応概念図

フィーの具体的なメカニズム、つまりどのようにして重力のダイナミクスが CFT から創発するのか、について我々は限られた理解しか持っていない。例えば重力の運動方程式である Einstein 方程式を CFT から読み取る方法を理解するのは非常に重要な問題である。

ホログラフィー原理が成り立つ理由を模索するなかで、この原理が量子情報理論と密接なかわりを持つこと、特に CFT の状態を持つ量子情報の構造が、重力理論における、対応する時空の幾何学的な構造を統制していることが最近わかってきた。一方で近年、量子情報理論的な手法を量子多体系の物理 (素粒子論、物性論の対象のように場の量子論で記述される系の物理) に応用することで、目覚ましい成果が得られている。さらに量子情報理論的な手法の中でも特に相対エントロピーを用いる手法の重要性が、ゆっくりとではあるが認識されるようになってきた。相対エントロピー $S(\rho|\sigma)$ は、与えられた二つの密度行列 ρ, σ に対して $S(\rho|\sigma) = \text{tr} \rho \log \rho - \text{tr} \rho \log \sigma$ で与えられる。この量は常に非負であり、また二つの密度行列が等しい場合にのみ 0 であることから、与えられた密度行列の空間上に距離を定義する。相対エントロピーは単調性や先に挙げた正值等の良い性質を持っている。これらの一般的な性質は量子多体系のダイナミクスに強い制限を与えることがわかってきた。例えばこの正值性から熱力学第二法則が従う。

このような背景を踏まえ、私は共形場理論における相対エントロピーの具体的な計算手法、例えば摂動論的方法や数値計算方法を開発し、得られた結果を基礎物理の様々な分野の問題に応用している。このようにして開発してきた相対エントロピーの計算手法を用いて、ホログラフィー原理における重力の創発機構の解明にも取り組んでいる。最近の私たちの研究によって、

この重力ダイナミクス、特に Einstein 方程式の創発を、境界上の CFT における相対エントロピーを手がかりとして理解できることがわかってきた。これは次のように考えると理解できる。CFT の真空 ρ_0 から出発し、これを少しだけ励起させることを考える $\rho_0 \rightarrow \rho_0 + \delta\rho$ 。この励起に対する相対エントロピー $S(\rho_0 + \delta\rho|\rho_0)$ を考えることができる。重力理論側では、この励起は真空に対応する時空、つまり AdS が運動方程式、特に Einstein 方程式に従って少しだけ変化することに対応する。この2つの描像は完全に等価なので、CFT におけるこの相対エントロピーは、重力理論側のダイナミクス、特に運動方程式と密接に関係しているはずである。

最初に我々は $S(\rho_0 + \delta\rho|\rho_0)$ の $\delta\rho$ についての一次の項が正值性から消えることを示した。この事実は重力側では AdS 周りでの計量の揺らぎが線形化された Einstein 方程式を満たすことに対応する。この論文はその後の AdS/CFT 対応における時空のダイナミクスを量子情報理論を手掛かりとして理解するという研究の流れを作ったので、高く評価されている。さらに我々や他のグループはこの計算を拡張し、その結果から Einstein 方程式の最初の非線形項が読み取れることを明らかにした。さらに得られた結果を用いて相対エントロピーの量子カオスへの応用、物性論への応用、量子情報理論への応用等も研究している。

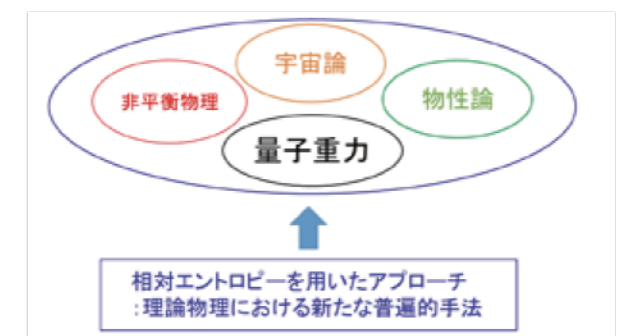


図 2 私の研究計画概念図