★ 金沢 篤 特定准教授

Atsushi KANAZAWA (Associate Professor)

専門領域： 幾何学（Geometry）
受入部局： 理学研究科（Graduate School of Science）
直前所属： 京都大学 白眉センター（The Hakubi Center for Advanced Research, Kyoto University）

複素代数幾何と シンプレクティック幾何の双対性

私の専門は幾何学で，主に複素代数幾何とシンプレクティック幾何の双対性「ミラー対称性」を研究しています。複素代数幾何は複素数に基づいた幾何学で，シンプレクティック幾何は解析力学の相空間を抽象化した幾何学です。ミラー対称性は20年程前に数理物理で発見された現象で，現在ではフーリエ変換の壮大な一般化とも考えられています。フーリエ変換がそうであったように，この双対性は一見異なる対象を繋げることを可能にし，幅広い応用があると期待されています。実際，数理物理の直感を背景に様々な分野の有機的な繋がりを体感できるのが私の研究分野の魅力です。前職の白眉GL型の時も白眉センターにはお世話になっており，非常に恵まれた環境で仕事をする機会を与えて頂きました。新たな職でも同僚の方々に支えられているという感謝の気持ちを忘れずに，研究と教育どちらも精一杯頑張りたいと思います。

Duality between complex algebraic geometry and symplectic geometry

I study geometry, in particular a duality, called mirror symmetry, between complex algebraic geometry and symplectic geometry. The former is geometry based on complex numbers and the latter is geometry which generalizes the phase spaces in the analytical mechanics. Mirror symmetry was found in mathematical physics almost 20 years ago, and is now considered to be a vast generalization of the Fourier transformations. Just like the Fourier transformations, mirror symmetry is expected to connect various different fields and have wide applications. In fact, the main feature of my research is to observe, based on physical intuition, fruitful interaction among several different fields of mathematics. I was fortunate to work as a Hakubi GL researcher (2016-2019) for the Hakubi center, which provided an excellent research environment, and I take this opportunity to express my gratitude to my colleagues for their help. I would like to do my best both in research and education in this new position, too.

モジュライ空間と構造の遺伝

私は主に幾何と代数の周辺分野を研究していて，より具体的には複素代数幾何とシンプレクティック幾何を専門としている。複素代数幾何は複素数に基づいた幾何学で，ルネ・デカルトによる幾何学の代数化に起源を持つ。一方で，シンプレクティック幾何は解析力学の相空間を抽象化した幾何学で，ウィリアム・ローワン・ハミルトンによる解析力学の幾何学化の過程で生まれた。この二つの一見全く異なる幾何学の間にはミラー対称性と呼ばれる双対性が観察され，その基本原理を解明することが私の研究テーマである。ミラー対称性はフーリエ変換の壮大な一般化とも考えられており，数学と物理の諸分野で幅広い応用があると期待されている。以前，ミラー対称性をだまし絵に例えて説明した記事を書いた（「代数幾何とシンプレクティック幾何の双対性」，『白眉ニュースレター』（「研究ピックアップ」）Vol.14, 2017年）。今回はそちらと被らないように，私の研究において特に重要な役割を果たすモジュライ空間に焦点を当てて研究を説明したい。

調べたい数学的対象に対して，その仲間を全て集めて，全体でどのような構造をしているのか俯瞰することは現代数学において基本的である。考察している数学的対象の全体のなす（パラメーター）空間をモジュライ空間という。例として，三角形全体のなすモジュライ空間を考えてみよう。ただし，二つの三角形は互いに相似の関係にある時には同じものとみなすことにする。まず三辺の長さをa, b, cとしてラベルづけしておく（$a \le b \le c$ なる順序を課しても一般性を失わない）。拡大縮小しても同じ三角形と考えるので，三辺の和は1として良い。一方で，三辺の長さは三角不等式を満たす必要があるので，モジュライ空間 M は3次元ユークリッド空間 $\mathbb{R}^3$ 内の2次元空間となることがわかる：$M=\{(a, b, c) \mid 0<a \le b \le c,\ a+b+c=1,\ c<a+b\}$。実際，どの三角形も M のある点（a, b, c）から定まる三角形と相似であり，M のどの2点から定まる三角形も互いに相似にはならない。重要な観察は，モジュライ空間はそれがパラメーター付ける数学的対象の構造を深く反映することである。これは構造の遺伝とも呼ばれる。上記の例では，正三角形と二等辺三角形に対応する点でモジュライ空間は特別な構造を備えている。私は主にカラビ・ヤウ多様体と呼ばれる空間のモジュライ空間に興味がある。カラビ・ヤウ多様体は複素構造とケーラー（シンプレクティック）構造と呼ばれる二つの構造を持つので，二つのモジュライ空間を考察することができる。雑に言えば，複素構造は空間の「形」に，ケーラー構造は「大きさ」に関係する。一般に，複素構造のモジュライ空間は古くから研究されており，精緻な理論が確立している。カラビ・ヤウ多様体という特別な構造がある場合には，その構造が遺伝して，複素構造のモジュライ空間は極めて良い空間になることが知られている。私の現在の研究対象はケーラー構造のモジュライ空間であり，ミラー対称性を鑑みると，複素構造の場合と同等に良い空間になることが予想されている。しかしケーラー構造には現代数学ではまだ捉えきれない微妙な問題があることが知られており，その困難を乗り越えて基礎理論を構築するのが私の目標である。より具体的には，ミラー対称性を指導原理として，複素構造の場合の双対となるべき理論をケーラー構造の場合に構築することが研究課題である。

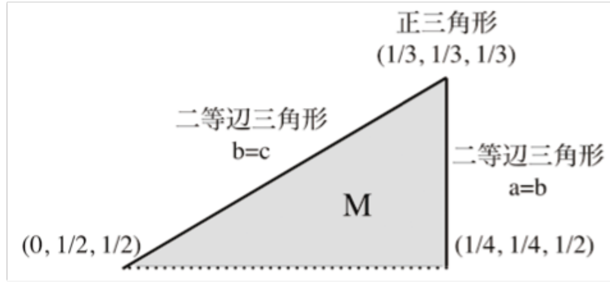

図1　三角形のモジュライ空間